

大地站心地平坐标系与大地位置坐标系的对比研究

龚俊¹ 刘立² 李东平¹

1 浙江省地震局 2 浙江省第一测绘院

DOI:10.32629/gmsm.v2i4.294

[摘要] 大地站心地平坐标系具有直观性的优点,因此在大地测量中有广泛的应用。GAMIT/GLOBK 处理 GPS 资料得到的结果中包含有空间直角坐标系和大地位置坐标系^[1]。由于 GAMIT/GLOBK 的广泛使用,很多文献直接将 GAMIT/GLOBK 给出的大地位置坐标当成大地站心坐标使用,难免让人混淆。本文通过具体的算例说明在以区域重心作为坐标原点计算的大地站心地平坐标系与 GAMIT/GLOBK 的大地位置坐标系在半径 500 公里以内,东西方向和南北方向速度的差异性在 1cm/yr 以内,在该范围内大地站心地平坐标系和大地位置坐标系可以认为差异很小,如果需要由台站的东、南和高程的坐标值直接获得区域测站间的基线和方位角时应该使用大地站心坐标,而在研究全球范围的运动变化时,则建议使用 GAMIT/GLOBK 的大地位置坐标系。

[关键词] GAMIT/GLOBK; 大地站心地平坐标系; 大地位置坐标系; CATS; 坐标系系统装换

地理坐标系是描述近地空间物体运动的重要参考系,广泛用作导航、定位和测量的基准。在大地测量中常用的坐标系有空间直角坐标系、大地坐标系和站心地平坐标系。其中站心地平坐标系又可分为大地站心地平坐标系和天文站心地平坐标系。大地站心地平坐标系是以测站法线和子午线方向为依据的坐标系,而天文站心地平坐标系是以垂线,真地平面及天文子午面所决定的^[2]。由于一个点的重力 g 和椭球体法线通常是不一致的,一般小于,在 GPS 实践中可以忽略^[3]。大地位置坐标系是为了监测点位坐标的变化而由大地坐标系演变而来,三个坐标分量分别为 N、E、U。N 约为点到赤道的子午线弧长; E 约为点到首子午线的平行圈弧长; U 为点的大地高^[1]。在 GAMIT/GLOBK 数据处理软件的输出结果中,给出了点位的空间直角坐标系和大地位置坐标系的坐标以及速度。本文将就大地站心坐标与大地位置坐标系结果的差异性加以说明,供关心者参考。

1 地心空间直角坐标系和大地站心地平坐标系

地心空间直角坐标系的原点在地球质心, z 轴指向国际协议原点 CIO, x 轴指向 BIH 定义的零度子午面和 CTP 赤道的交点, y 轴与 z 、 x 轴构成右手坐标系。大地站心地平坐标系通常以用户所在的位置 P 为原点,过测站的垂线为 w u 轴(天顶方向),指向天顶为正, v 轴(北向)为过原点的天文子午面的切线,指北为正,轴(东向)垂直于 uw 确定的平面,指东为正(u, v, w),坐为左手坐标型系。(u, v, w) 坐标系在很多文献中也写成 (N, E, U) 坐标系。

如图 1 所示,大地站心地平坐标系的天顶方向与地心空间直角坐标系在 P 点的高度方向一致。在地心空间直角坐标系中一点的坐标,可通过坐标平移和旋转等方式变换成大地站心地平坐标系坐标。大地站心地平坐标系坐标的各个分量比地心空间直角坐标系中的 (x, y, z) 三个分量更具有物理意义,在进行速度分析是也更加直观 0 大地站心地平坐标

系坐标系的另一个重要应用在于计算卫星在用户处的观测矢量和仰角。如图 2 所示,在大地站心地平坐标系中, θ 为垂直角, α 为方位角, S 为 PQ 的距离,则在大地站心地平坐标系中,以 P 为原点有如下的关系式^[4]:

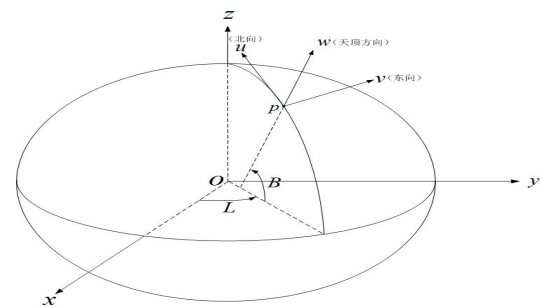


图 1 地心空间直角坐标系和大地站心地平坐标系

$$u = S \cos \theta \cos \alpha$$

$$v = S \cos \theta \sin \alpha$$

$$w = S \sin \theta$$

(1)

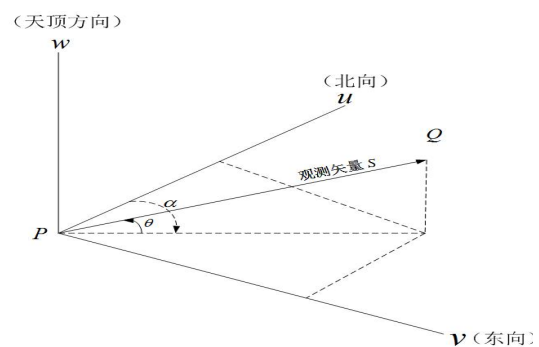


图 2 大地站心地平坐标系中的仰角和方位角
我们也可由 (u, v, w) 的值得到 S 、 θ 和 α :

$$\begin{aligned} \alpha &= \arctan \frac{v}{u} \\ \theta &= \arctan \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2}} = \arcsin \frac{w}{s} \\ S &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \end{aligned} \quad (2)$$

地心空间直角坐标系中, P 点 Q 和点的观测矢量可以写成:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \\ z_Q - z_P \end{bmatrix} \quad (3)$$

2 地心空间直角坐标系和大地站心地平坐标系之间的转换

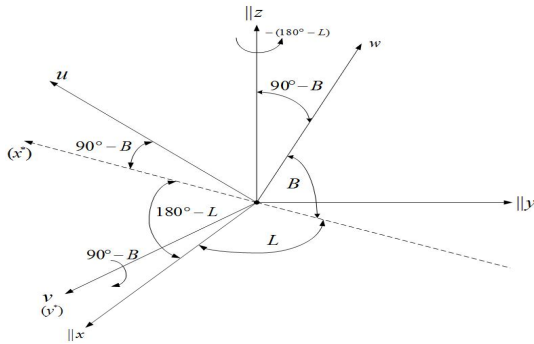


图 3 (u, v, w) 和 $(\|x, \|y, \|z)$ 的关系

我们需要将观测向量 $[\Delta x, \Delta y, \Delta z]^T$ 转换为大地站心地平坐标系 $[u, v, w]^T$ 。现考虑过 P 点且平行于地心空间直角坐标系 (x, y, z) 新的 $(\|x, \|y, \|z)$ 坐标系。由定义可知 u, w , 平面平行于 z 轴, 也就是平行于 $\|z$ 轴, 所以转换涉及到 2 次旋转。由图 3 所示, 首先沿着 $\|z$ 轴旋转 $-(180^\circ - L)$, 将 $\|x$ 轴旋转到 x^* 方向, 使得 x^* 与 u, w 平面共面, 然后沿着 $\|y$ 轴旋转 $-(90^\circ - B)$, 最后更换 y 轴符号使其变成左手坐标系^[4]。变换公式如下:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} R_2(B - 90^\circ) R_3(L - 180^\circ) \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(B - 90^\circ) & 0 & -\sin(B - 90^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(B - 90^\circ) & 0 & \cos(B - 90^\circ) \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} \cos(L - 180^\circ) & \sin(L - 180^\circ) & 0 \\ -\sin(L - 180^\circ) & \cos(L - 180^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

设

$$R = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{pmatrix}$$

对于任何旋转矩阵 R , 有 $R^{-1}(\alpha) = R^T(\alpha)$ 和 $R^{-1}(\alpha) = R(-\alpha)$, 即旋转矩阵是正交矩阵, R^{-1} 和 R^T 分别是矩阵 R 的逆矩阵和转置矩阵^[3]。因此:

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = R^{-1} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = R^T \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin L & \cos B \cos L \\ -\sin B \sin L & \cos L & \cos B \sin L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (5)$$

(4) 式和 (5) 式就是地心空间直角坐标系和大地站心地平坐标系相互转换的公式。

3 大地位置坐标系

由相关文献^{[1], [5]}介绍, GAMIT/GLOBK 中使用的大地位置坐标系与 $(N(G), E(G), U(G))$ 大地坐标系 (B, L, H) 的转换关系为:

$$\begin{cases} N(G) = a \cdot B \\ E(G) = a \cdot \sin(\bar{B}) \cdot L \\ U(G) = H \end{cases} \quad (6)$$

其中: B, L 单位为弧度; $a = 6378137.0$ 为椭球长半径; $\bar{B} = \text{an int}((\pi / 2 - B) \cdot 20000) / 2000$ 为 P 点余纬的近似值, $\text{an int}()$ 是 FORTRAN 中的函数, U 为测站的大地高。由于公式 6 中有取整运算, 与公式 4 相比是不精密的, 但由于是 GAMIT/GLOBK 直接提供的结果, 因此也有广泛的使用。

由以上可以看出对于研究区域来说大地站心地平坐标系的原点可根据需要有多种不同的选择, 而坐标值因原点的不同而不同, 但在知道坐标原点后可使用平移旋转等方式实现坐标系之间的转换。在小区域时可以以所研究区域的重心作为大地站心地平坐标系的原点^[6], 此时式 4 变为:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \bar{R} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \bar{B} \cos \bar{L} & -\sin \bar{B} \sin \bar{L} & \cos \bar{B} \\ -\sin \bar{L} & \cos \bar{L} & 0 \\ \cos \bar{B} \cos \bar{L} & \cos \bar{B} \sin \bar{L} & \sin \bar{B} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad (7)$$

4 大地站心地平坐标系与大地位置坐标系算例对比

使用浙江省地壳形变观测网络、浙江 CORS、浙江省及周边省份“中国大陆构造环境监测网络”台站和中国及周边 IGS 台站一共 137 个台站进行比较, 其中浙江省内 93 个台站。计算这些台站 2012-2018 年的 GPS 的数据, 大地站心地平坐标系的坐标原点选择浙江省陆域面积的重心, 软件采用 GAMIT/GLOBK 的 10.70 版本^[7]进行计算, 浙江省内台站及重心如下图所示。

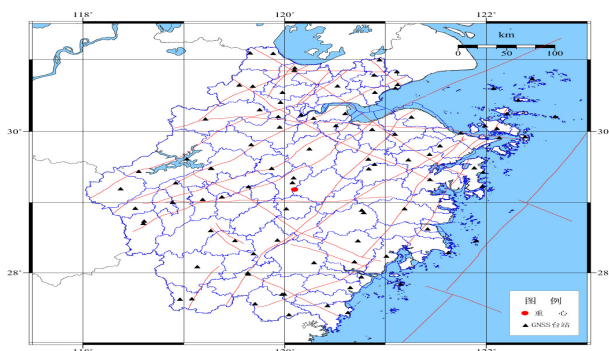
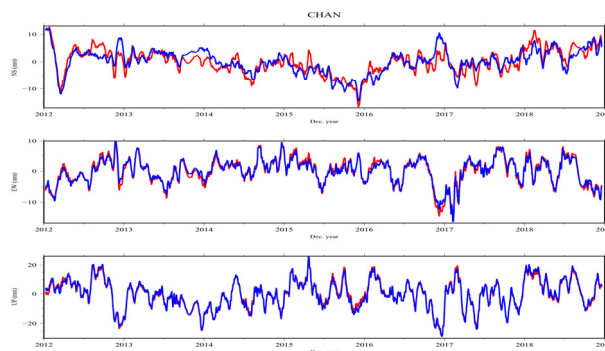
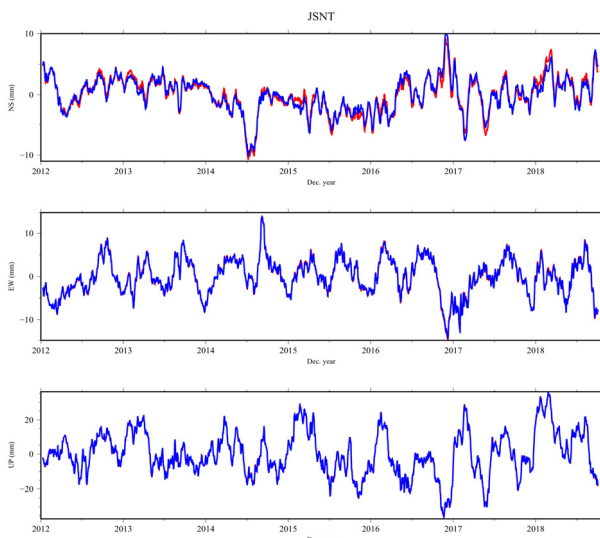


图4 浙江省内 GNSS 台站及重心图

在得到各个台站的大地站心地平坐标系与大地位置坐标系的坐标时间序列后,使用 CATS 软件^[8],采用白噪声+闪烁噪声模型计算各个台站的运动速度,台站与大地站心地平坐标系不同距离下两种坐标系速度差异如表格 1 所示:

表格 1 两种坐标系下速度差异表

距离(KM)		速度差异(cm/yr)		台站数
		南北方向	东西方向	
0-100	均值	0.13	0.05	19
	最大值	0.28	0.1	
	最小值	0.002	0.001	
100-500	均值	0.31	0.10	93
	最大值	1.11	0.65	
	最小值	0.003	0.002	
500-2000	均值	1.24	0.48	10
	最大值	2.95	1.32	
	最小值	0.21	0.02	
2000-5000	均值	7.51	4.16	15
	最大值	18.2	13.2	
	最小值	0.82	0.019	



大地站心地平坐标系 位置坐标系

图5 不同距离下两种坐标系 15 日移动平均时间序列对比图

从表格 1 和图 5 可以看出,在台站与大地站心地平坐标系原点距离在 500 公里以内时,两种坐标系下的运动速度的差异值在 1cm/yr 以内,可以认为两者差异不大。而东西方向运动速率的差异比南北方向大。

5 结束语

本文通过介绍大地站心坐标和大地位置坐标系的定义和坐标转换方式,并通过计算浙江省及周边 GPS 数据说明两者在小区域内(半径 500 公里)以内速度差异值在 1cm/yr 以内,可以认为不明显,而随着距离的增加两者的差异变大。

大地站心地平坐标系作为一种参心坐标系更多的是应用在区域研究中,如果需要由台站的东、南、北和高程的坐标值直接获得区域测站间的基线和方位角时应该使用大地站心坐标,而在研究全球范围的运动变化时,则建议使用 GAMIT/GLOBK 的大地位置坐标系,而基线需要使用空间直角坐标系 XYZ 获得。

感谢中国大陆构造环境监测网络提供基础观测数据。

项目来源:浙江省地震局局科技项目(2018zjj11)

[参考文献]

[1]刘光明,唐颖哲.大地位置坐标系探讨[J],测绘科学与工程,2008,28(4):31-34.
 [2]孔祥元,郭际明,刘宗泉.大地测量学基础[M],武汉,武汉大学,2001:19.
 [3]许国昌.GPS 理论、算法与应用(第二版)[M],北京,清华大学,2011:4.
 [4]Richard HRapp.GEOMETRIC GEODESY PART 1[M].Ohio:The Ohio State University,1991.
 [5]黄立人,高砚龙,任立生.关于 NEU(ENU)坐标系统[J],武汉,大地测量与地球动力学,2006,26(1):97-99.

作者简介:

龚俊(1981—),男,湖北省丹江口市,汉族,硕士研究生,工程师,主要从事大地测量学和 GNSS 数据处理。