

基于斜平面约束的三维悬链线轨迹设计模型

陈天柱 张杰

中煤科工集团西安研究院有限公司

DOI:10.12238/gmsm.v4i3.1087

[摘要] 悬链线轨迹可以降低钻柱摩阻,现有的二维和三维悬链线模型未考虑人工造斜,具有一定的局限性。文章结合二维悬链线模型,提出基于斜平面约束的三维悬链线模型。建立三维斜平面悬链线轨迹的数学模型,并给出了三维斜平面悬链线剖面轨迹设计的约束方程,建立了完整的三维斜平面悬链线剖面轨迹设计方法。最后,通过设计实例,验证了理论模型的正确性,可以为钻井作业设计模型提供理论参考。

[关键词] 悬链线; 力学模型; 约束斜平面; 坐标变换; 轨迹设计

中图分类号: P24 文献标识码: A

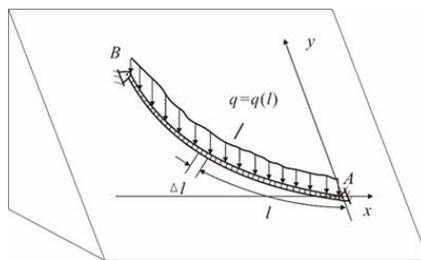
大位移井的特点在于其水平位移大,所以井眼轨迹钻穿储层井段长,与储层的接触面积大。另一方面由于大位移井井斜角大、水平位移长,管柱与井壁的摩擦阻力大,不易于钻压的传递。在相同装备和工具条件下,大位移井可以达到多大的水平位移或多大的平垂比,主要取决于管柱摩阻摩扭的大小。文献表明悬链线^[1-3]在井眼内钻柱与井壁接触的正压力比较小,摩阻摩扭也比较小,钻压易传递到钻头,降低钻进过程中的托压现象,故悬链线是大位移井轨迹设计的一种较好的力学模型^[4-7]。

现有的悬链线井眼轨迹设计基本都是在二维的范畴内,无法改变井眼方位。目前已有的三维悬链线模型则是利用地层的自然方位漂移进行方位造斜^[8-12],在钻井过程中当出现需要绕障或防碰处理时,仅依靠地层造斜改变方位无法满足需求,所以文章提出基于斜平面约束的三维悬链线轨迹设计模型(以下简称三维斜平面悬链线模型),以实现变方位的大位移轨迹设计。

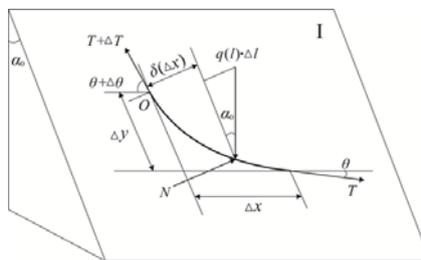
1 三维斜平面悬链线轨迹的力学模型

三维斜平面悬链线模型,同二维悬链线模型一样,假设钻柱的“细长比”很

大,刚度很小,且不可伸长,但不同的是,钻柱除了受到自身线重的作用外,还有斜平面对其的支撑力。钻柱虽不是悬挂在铅垂平面内,不属于传统意义上的悬链线模型,但其悬挂在斜平面上的几何形状、所具有的几何性质和二维悬链线模型有相似之处,因此称其为“三维斜平面悬链线模型”,如图1(a)所示。



(a)



(b)

图1 三维斜平面悬链线力学模型
以A为原点,在斜平面I上建立局部

坐标系A-xy。假设斜平面I的倾角为 α_0 ,在距A点为l处取一微元段 Δl ,其受力分析图如图1(b)所示。

由力和力矩的平衡条件及空间几何关系知:

$$-T \cos \theta + (T + \Delta T) \cos(\theta + \Delta \theta) = 0 \quad (1)$$

$$-T \sin \theta - q(l) \Delta l \cos \alpha_0 + (T + \Delta T) \sin(\theta + \Delta \theta) = 0 \quad (2)$$

$$-T \cos \theta \cdot \Delta y + T \sin \theta \cdot \Delta x + q(l) \Delta l \cos \alpha_0 \cdot \delta(\Delta x) = 0 \quad (3)$$

$$q(l) \Delta l \sin \alpha_0 - N = 0 \quad (4)$$

其中, T 是钻柱所受拉力; ΔT 是钻柱所受拉力的变化; $q(l) \Delta l$ 表示钻柱自重的合力; N 是钻柱所受斜平面的支撑力集中到钻柱中点的合力; $\delta(\Delta x)$ 是重力在斜平面上的分力的作用点到O点的距离($0 < \delta(\Delta x) < 1$)。

对其在斜平面局部坐标系下进行无因次化简^[13],得到三维斜平面悬链线在局部坐标系下的约束关系为:

$$X = \ln \frac{1}{\tan \alpha'} \quad (5)$$

$$Y = \frac{1}{\sin \alpha'} - 1 \quad (6)$$

$$L = \frac{1}{\tan \alpha'} \quad (7)$$

α' 是三维斜平面悬链线上任意一点切线和Y轴的夹角(定义为该点的当量井斜角)。

2 三维斜平面悬链线模型的几何性质

设悬链线在空间斜平面I上, 其倾角和方位角分别为 α_0 和 ϕ_0 。如图2所示是悬链线所处约束斜平面下的井斜角(当量井斜角)与井眼坐标系下的井斜角和方位角之间的几何关系。其中, A是悬链线上某一点, 直线AD是A点处切线, α' 是AD与y轴的夹角, α 是AD与铅垂线的夹角, ϕ 是A点的方位角。

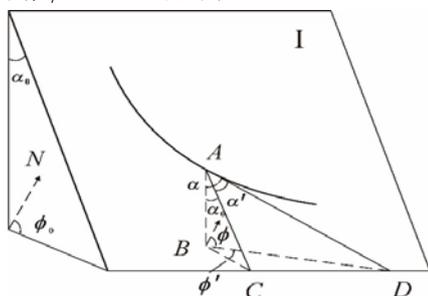


图2 三维斜平面井斜角和方位角的约束关系

由于A点的方位与斜平面I的倾向的方位之间的位置关系不同, 点A的方位角的计算分为以下几种情况:

3 三维斜平面悬链线井身剖面设计

三维斜平面悬链线的井身轨迹采用四段制: 斜直井段-圆弧过渡段-三维悬链线段-稳斜段, 如图3所示。

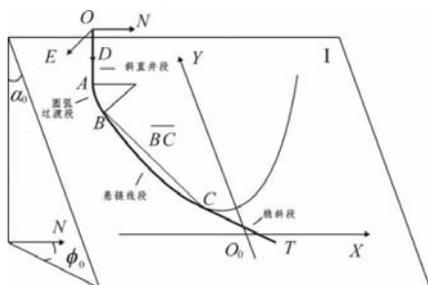


图3 三维斜平面悬链线井身剖面图

建立井眼轨迹坐标系O-NED, 在斜平面上建立悬链线的无因次坐标系 O_0 -XY。已知井口坐标 $O(0, 0, 0)$, 靶点坐标 $T(N, E, D)$ 。设靶点T的井斜角为 α_T 、方位角为 ϕ_T ; 造斜点A的垂深为 ΔD_{OA} ; 造

表1 三维斜平面悬链线上任意一点的方位角的计算公式

分类	计算公式	选取原则
(1)	$\phi_{AD} = \phi_0 - \phi' = \phi_0 - \arcsin \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha}$	$0 < \phi_0 - \phi_{AD} < 180^\circ$
(2)	$\phi_{AD} = \phi_0 - \phi' + 360^\circ = \phi_0 - \arcsin \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} + 360^\circ$	$180^\circ < \phi_{AD} - \phi_0 < 360^\circ$
(3)	$\phi_{AD} = \phi_0 + \phi' = \phi_0 + \arcsin \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha}$	$0 < \phi_{AD} - \phi_0 < 180^\circ$
(4)	$\phi_{AD} = \phi_0 + \phi' - 360^\circ = \phi_0 + \arcsin \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} - 360^\circ$	$180^\circ < \phi_0 - \phi_{AD} < 360^\circ$

表2 三维斜平面悬链线轨迹分点参数计算

ΔL m	α (°)	ϕ (°)	ΔN m	ΔE m	ΔD m	K (°)/30m	备注
0	0	30.00	0	0	0	0	井口
200	0	30.00	0	0	200.00	0	造斜点
300	26.67	38.00	18.00	14.07	296.43	8	
385.3	49.4	38.00	59.13	46.20	363.14	8	悬链线始点
1000	52.15	43.20	420.46	355.29	752.49	0.238	
3300	75.87	71.35	1516.38	2017.69	1833.61	0.408	
3546	80.11	75.10	1585.79	2247.95	1884.88	0.434	悬链线终点
3646	80.11	75.10	1610.49	2342.13	1901.36	0	稳斜段
4749.3	80.11	75.10	1891.63	3391.36	2092.90	0	靶点

斜点A的井斜角为 α_A 、方位角为 ϕ_A ; 圆弧过渡段的曲率半径为 R_A ; 悬链线始点B的井斜角为 α_B 、方位角为 ϕ_B ; C点为悬链线终点, 悬链线所处斜平面I的倾角为 α_0 , 倾斜方位为 ϕ_0 , $\phi_A = \phi_B$ 。根据

图3, 各分段的坐标增量之和应满足:

$$\Delta N = \Delta N_{OA} + \Delta N_{AB} + \Delta N_{BC} + \Delta N_{CT} \quad (8)$$

$$\Delta E = \Delta E_{OA} + \Delta E_{AB} + \Delta E_{BC} + \Delta E_{CT} \quad (9)$$

$$\Delta D = \Delta D_{OA} + \Delta D_{AB} + \Delta D_{BC} + \Delta D_{CT} \quad (10)$$

3.1 悬链线段坐标增量计算

假设线段BC在约束斜平面的局部坐标系下的当量井斜角为 α_{BC}' , 真实倾角为 α_{BC} , 则有:

$$\tan \alpha_{BC}' = \frac{\Delta X_{BC}}{\Delta Y_{BC}} \quad (11)$$

$$\cos \alpha_{BC} = \cos \alpha_{BC}' \cos \alpha_0 \quad (12)$$

$$\phi_{BC} = \phi_0 - \arcsin \frac{\sin \alpha_{BC}'}{\sin \alpha_{BC}} \quad (13)$$

其中 ϕ_{BC} —— 直线BC的方位角。

线段BC的长度为:

$$\overline{BC}^2 = \left(a \ln \frac{\tan \alpha_B'}{\tan \alpha_C'} \right)^2 + a^2 \left(\frac{1}{\sin \alpha_B'} - \frac{1}{\sin \alpha_C'} \right)^2 \quad (14)$$

3.2 悬链线所处约束斜平面的空间位置

已知B、C两点的井斜角和方位角。

设 \vec{b} 为B点单位切线向量, \vec{c} 为C点单位切线向量, 则悬链线段所在约束斜平面的法线向量(设为 \vec{i})为:

$$\vec{i} = (i_1, i_2, i_3) = \begin{bmatrix} \bar{N} & \bar{E} & \bar{D} \\ \sin \alpha_B \cos \phi_B & \sin \alpha_B \sin \phi_B & \cos \alpha_B \\ \sin \alpha_C \cos \phi_C & \sin \alpha_C \sin \phi_C & \cos \alpha_C \end{bmatrix} \quad (15)$$

根据约束斜平面的法线向量可求得约束斜平面的倾角和倾斜方位分别为:

$$\sin \alpha_0 = |\vec{i}_3| / \sqrt{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2} \quad (16)$$

$$\tan \phi_0 = \frac{i_2}{i_1} \quad (17)$$

根据三维斜平面悬链线的性质, 约束方程的最终化简形式为:

$$\Delta N - \Delta D_{OA} \tan \alpha_A \cos \phi_A - L_{CT} \sin \alpha_T \cos \phi_T = R_A (1 - \cos \alpha_B) \cos \phi_A + \overline{BC} \sin \alpha_{BC} \cos \phi_{BC} \quad (18)$$

$$\Delta E - \Delta D_{OA} \tan \alpha_A \sin \phi_A - L_{CT} \sin \alpha_T \sin \phi_T = R_A (1 - \cos \alpha_B) \sin \phi_A + \overline{BC} \sin \alpha_{BC} \sin \phi_{BC} \quad (19)$$

$$\Delta D - \Delta D_{OA} - L_{CT} \cos \alpha_T - R_A \sin \alpha_B - \overline{BC} \cos \alpha_{BC} = 0 \quad (20)$$

4 设计实例

某空间斜平面悬链线轨迹的始点B的井斜角 $\alpha_B = 49.4^\circ$, 靶点T的井斜角 $\alpha_T = 80^\circ$, 方位角 $\phi_T = 75^\circ$, 靶点的空间坐标为(1890, 3390, 2090), 造斜点A的垂深 $\Delta D_{OA} = 200\text{m}$, 圆弧过渡段的造斜率为 $K_A = 8^\circ / 30\text{m}$ 。

5 结论

(1) 通过对二维悬链线模型的研究, 提出基于斜平面约束的三维悬链线模型, 利用力的平衡条件提出了该种模型在约束斜平面上的局部坐标系内的悬链线方程。

(2) 提出了当量井斜角的概念, 利用投影法和向量法, 通过约束斜平面的倾角和倾向, 将三维斜平面悬链线井眼轨迹的特征参数用局部坐标系表示, 回避了直接求解三维空间内悬链线曲线方程

的难题。

(3) 利用该种悬链线模型进行大位移井眼轨迹设计, 井身剖面为四段制: 斜直井段-圆弧过渡段-三维斜平面悬链线段-稳斜段。圆弧过渡段连接斜直井段和悬链线段, 使处于斜平面上的井眼轨迹与铅垂面上的井眼轨迹衔接。

[参考文献]

[1] 胡灵斌, 唐军. 悬链线方程的求解及其应用[J]. 船舶, 2004, (01): 17-20.

[2] 刘邦中. 悬链线几何参量和力学参量的计算[J]. 中南林学院学报, 1989, (2): 206-211.

[3] 谢菲, 孙明珠. 悬链线几何性质的研究[J]. 长春教育学院学报, 2014, (4): 33-34.

[4] R.T. MCCIENDON et al. Directional drilling using the catenary method[J]. SPE 13478.

[5] 杜成武, 张永杰. 悬链线剖面定向钻井新技术[J]. 石油钻采工艺, 1988, 10(2): 17-22, 37.

[6] 刘修善. 井眼轨道几何学[M]. 第一版. 石油工业出版社, 2006.

[7] 韩志勇. 定向钻井设计与计算

[M]. 第二版, 中国石油大学出版社, 2007.

[8] K.K. MILLHEIN, F.H. GUBLER. Evaluating and planning directional wells utilizing post analysis techniques and three dimensional bottom hole assembly program[J]. SPE 8339

[9] 刘修善. 三维悬链线轨道的设计方法[J]. 石油钻采工艺, 2010, (06): 7-10.

[10] 卫强, 张禾, 梁海波, 等. 三维侧位悬链线轨道设计方法[J]. 信息通信, 2014, (04): 7-8.

[11] 李福斌. 三维悬链线轨道设计的改进算法[J]. 中外能源, 2012, (3): 51-55.

[12] 杨音, 马瑞思. 三维悬链线轨道设计的数值算法[J]. 中外能源, 2014, (19): 56-60.

[13] 韩志勇. 定向井悬链线轨道的无因次设计方法[J]. 石油钻采工艺, 1997, (04): 13-16.

作者简介:

陈天柱(1993--), 男, 汉族, 湖北省谷城县人, 硕士研究生, 从事煤矿井下钻探技术研究。