

# 岩石强度理论分类的概述

赵梦梦 张城芋 陈四利 张恺瑞 段新超

沈阳工业大学建筑与土木工程学院

DOI:10.12238/gmsm.v5i2.1355

**[摘要]** 在复杂的应力应变条件之下,岩石强度理论可以解决岩石屈服的问题。有了岩石强度理论,能够为研究岩石本构模型打下基础。本文对于岩石的强度理论可以划分为以下几种:一是经典强度理论,二是经验型岩石强度准则研究,三是岩石能量强度理论研究。本文以其各自拥有的优点和缺点,对岩石强度理论的展望进行分析,给广大岩石学科的学者提供学习思路。

**[关键词]** 岩石; 强度理论; 损伤; 能量

**中图分类号:** P58 **文献标识码:** A

## Overview of the Theoretical Classification of Rock Strength

Mengmeng Zhao Chengyu Zhang Sili Chen Kairui Zhang Xinchao Duan

School of Architecture and Civil Engineering, Shenyang University of Technology

**[Abstract]** Under complex stress-strain conditions, rock strength theory can solve the problem of rock yielding. With the rock strength theory, the foundation can be laid for the study of rock constitutive model. In this paper, the strength theory of rock can be divided into the following categories: the first one is classical strength theory, the second one is study on empirical rock strength criterion, and the third one is the theoretical study of rock energy intensity. Based on their respective advantages and disadvantages, this paper analyzes the prospect of rock strength theory, so as to provide learning ideas for scholars in rock disciplines.

**[Key words]** rock; strength theory; damage; energy

## 引言

近年来,随着社会的进步和经济的发展,隧道工程、矿山开挖等岩石工程日趋增加,众所周知,岩石结构复杂,精确判断岩石变形的原理,建立更加符合实际的岩石强度理论,已成为学术界与工程界的重要任务。岩石相关的理论是一个经典且难以轻易解决的课题,能够在岩石力学课题中得以应用,且基础性强。同时,岩石强度理论也是岩石力学性质领域内重点关注的研究课题之一。岩土材料强度理论研究既能为岩石本构模型奠定基础,又有解决建筑领域中的实际问题。因为岩土本体的结构不简单,因而不可以只用一种理论去衡量其特性,所以科学家们提出了众多的强度理论,为了能够让读者能更清晰容易了解这些强度理论,笔者将对自己了解的国内众多学者提出的岩石强度理论进行总结归纳。

表1 古典强度理论总结

第一强度理论	$\sigma_1 \leq [\sigma]$
第二强度理论	$[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]\sigma_1 \leq [\sigma]$
第三强度理论	$(\sigma_1 - \sigma_3) \leq [\sigma]$
第四强度理论	$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma]$

### 1 经典强度理论

#### 1.1 古典强度理论

古典强度理论指:最大拉应力理论、最大伸长线应变理论、最大剪应力理论、形状改变比能理论。但这四种强度理论各自都有局限性,通常人们以为,前两个理论主要在脆性上使用。即脆性断裂。而后两个理论则是用在塑性的屈服当中。第一理论的应用是一旦产生脆性的断裂,力就达到极限值。而无论这个材料

是在一个什么样的应力之下,原因都是共同的。

第二个理论,和第一个相反,它是一旦发生脆性的破坏,就判定为这个理论下,是拉力达到最大值时应用。第三个理论,也是有关强度方面的。这个理论是不管材料是产生何种断裂,只要是屈服了,就是切应力达到了最大值。最后一个,第四强度理论,不管材料现在是什么状态,只要也是发生屈服,就有一个共同的

原因,那便是变化能密度也达到了一个最大值。

### 1.2 广义强度理论

先进的设备和技术造就了全新的理论,这些理论都是建立在强度的基础之上。

摩尔理论于20世纪初被提出,提出地点在德国,这个理论描述,材料发生剪断破坏的原因是某一截面上的切应力达到强度极限值。也不止是与切应力有关。也和主要应力有关系。如果截面被压,那么材料和其中截面会停止移动,因为受到阻力的阻止。因此剪断不一定要发生在力最大的那个面上。在三个面都受到力的作用之下,假设不去考虑中间的那个应力 $\sigma_2$ 。那么就只有另外两个应力能够对其产生影响,可由最大和最小主应力 $\sigma_2$ 和 $\sigma_3$ 画出来的圆来确定。

数学表达式如式(1)所示:

$$\sigma_1 - \frac{[\sigma_t]}{[\sigma_c]} \sigma_3 \leq [\sigma_t] \quad (1)$$

随后, von Mises(米塞斯)在1914年也发表了一个准则。这个屈服准则被称为 von Mises 屈服准则。它的内容是:有一个点的状态达到等效时,它的材料是塑性的、也就是说它的应力不再有改变,也不被影响。这个强度准则能够详细地解释等效状态的情况。数学表达式如式(2)所示:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6J_2$$

(2)

该屈服准则的屈服面在派平面是每处都能求导。这适合与数值的计算,但是这个准则没有表示主要力的均值对强度的影响。德鲁克和普拉格于1952年提出了考虑静水压力影响的广义Mises屈服与破坏准则,称为 Drucker - Prager 准则。这个准则简称为 D-P 准则,且表明了面是向外凸的。D-P 准则不但把主要力考虑其中,也体现了静水压力的影响。它解

决了 M-C 准则的不良影响,在国内岩土力学与工程的数值计算分析中获得广泛的应用。

数学表达式如式(3):

$$f(I_1, \sqrt{J_2}) = \sqrt{J_2} - aI_1 - k = 0 \quad (3)$$

1985年,俞茂宏提出的广义双剪强度理论发表在了《中国科学》上,1991年进一步发展为统一强度理论。统一强度理论的系列化极限面覆盖了从内边界到外边界的全部区域,并且它们的表达式是线性的,较为简单,既可以用于手工计算分析,也可以用于计算机数值分析。在岩石力学中用统一强度理论代替莫尔-库仑强度理论已经较为成熟。双剪统一强度理论用2个分段线性函数统一描述不同材料的强度特性,形成了一个理论体系,这一强度理论已得到国际同行的广泛认可。非线性统一强度理论具有广泛的实用价值,已成为强度理论的发展方向。

表2 统一强度理论

$$\begin{aligned} F &= \sigma_1 - \frac{a}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_1, \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \\ F' &= \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - a\sigma_3 = \sigma_1, \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \\ F'' &= \sigma_1 = \sigma_1, \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > 0 \end{aligned}$$

经典强度理论的局限性:岩石内部的基本特征被大量微缺陷所忽略,所以计算结果不匹配实际的岩石材料的破坏形式,也和岩石发生破坏的真正物理原因不匹配。为了完善经典岩石强度理论,岩石力学学者要通过新的研究思路和分析方法,使得该理论更好的服务于岩石工程。

## 2 经验型岩石强度准则研究

在20世纪80年代,格里菲斯理论被提出。后人基于这一理论把岩石的数据和工地现场的实验结果相结合,把相关的公式引入了一些。有人推出了岩体破坏时极限主应力数学表达式,被称为 H-B 准则,在国际上有很大的影响力。在国际上被称的 Hoek-Brown 经验准则或岩体经验强度准则如式(4)所示:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} \quad (4) \text{Hoe}$$

k-Brown 经验准则是一种估算完整岩石或节理岩体剪切强度的半经验准则。该强度准则具有较大的局限性,只能被用作岩体受到压力时的破坏。岩体没有办法受住拉应力,其对应力较小的地方也不合适。这一强度准则较前一准则有很多的进步之处,也进行了一定量的修正工作。准则对 M-C 准则修正后可就拉应力区、低应力区和最小主应力对强度的影响进行合理解释。于是准则不但能够反映出岩体遭到破坏时的状态,也能进行具有一定精度的分析,比前面的准则更加精确。

科学的研究是没有止步的,岩石力学也上下经过了几十年的发展,其理论逐渐趋于成熟化。Hoke 对这个理论进行了反复求证和修改,终于将其从狭义变成了广义阶段。1988年 Hoke E 等提出了改进的模型,表达式为式(5),准则主要用于岩体拉伸破坏中

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_c}{2} \left( m - \sqrt{m^2 + 4s} \right) \quad (5)$$

1992年 Hoek E 等提出了广义的 Hoek-Brown 强度准则,如式(6)所示,并给出了各类岩体经验参数值。该准则主要适用于裂隙岩体中

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_c \left( m_b \frac{\sigma_3'}{\sigma_c} \right)^a \quad (6)$$

2002年,为了描述开挖、爆破等施工工程对岩体扰动的影响,在该准则中, Hoek 提出了扰动参数(D)的概念,如式(7):

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma_3'}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (7)$$

对于研究来说,三维的实验数据远比二维要实用。对岩石进行三轴实验之后,得出了许多数据,根据这些数据可以知道,人们对理论的理解更加深刻了。

Hobbs 提出的破坏准则,其表达式如下:  $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_c + \alpha\sigma_3^b$  (8)。

Franklin提出的破坏准则,其表达式如下:  $\sigma_1 - \sigma_3 = \alpha(\sigma_1 + \sigma_3)^b$  (9)。

Mogi提出了八面体剪切应力与正应力联合破坏准则,其表达式如下:  
 $F = \tau_8 + A(\sigma_1 + \sigma_3)^n = \tau_8 + f(\sigma_1 + \alpha\sigma_2 + \sigma_3)$   
 (10)。

Bieniawski提出的强度准则的表达式如下:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + B \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^\alpha \quad (11)$$

Ramamurthy T提出的强度准则表达式如下:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3} = B \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^\alpha \quad (12)$$

对于强度准则的改进,科研人员一直在努力。有人提出,是否可以建立一种幂函数的基础上的模型?事实证明他们的猜想是正确的。刘宝琛提出幂函数型岩石强度准则研究,建立了一种幂函数形式的岩石强度准则,其表达式如下:

$$\frac{\tau_m}{\tau_{m0}} = \alpha \left( \frac{\tau_m}{\tau_{m0}} \right)^b \quad (13)$$

经验性的理论具有简便的特点,它们能够得到学者的广泛使用。但是建立在这种基础之上的理论也有缺点,缺点就是太具有主观性,缺乏一种客观的理解,而且对于理论方面的研究还不够扎实,略微缺乏说服力。他们认为岩石的破坏是因为裂隙延伸才发生的,其实这个违背了经典理论,但是仍然具有一定的创新性,值得人们继续深究。

### 3 岩石能量强度理论研究

近年来,随着岩石工程的复杂化,现在有的强度理论的局限性也逐渐显现出来。基于此,科学家通过分析岩石破坏过程中的能量转化特征,研究岩石的储能机制及耗能机制,进而建立了各种岩石能量强度准则。这些研究为岩体工程设

计,及各种岩体地质灾害的防治提供了新的依据。

Wiebols G A等合作提出了附加能的概念,并用此分析了岩石的断裂过程区,建立了一个裂纹扩展的能量强度准则:

(1) 单向应力状态下:

$$W_{eff} = \frac{\pi N \sigma_\mu^2}{2}$$

$$\left[ \frac{7\mu^6 + 15\mu^4 + 9\mu^2 + 1}{30(\mu^2 + 1)} + \frac{5\mu^2 + 3}{6(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} - \frac{16\mu}{15} \right] \quad (14)$$

(2) 双向应力状态下:

$$W_{eff} = \frac{\pi N \sigma_\beta^2}{2}$$

$$\left[ \frac{\mu^7 + 9\mu^5 + 15\mu^3 + 7\mu}{30(1 + \mu^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2\mu^5 + 6\mu^3 + 4\mu}{3(\mu^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3\mu^2 + \mu}{(\mu^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{32\mu^2 + 8}{15} \right] \quad (15)$$

这两个公式反应出了单向和双向分别对应的能量关系。W<sub>eff</sub>代表等效剪切应变能。研究表明应用岩石单轴抗压强度,以及岩石裂纹表面间的滑动摩擦系数,可以预测岩石的多轴抗压强度。

应用能量耗散与释放的观点,Xie H P等建立了岩体整体破坏准则,该准则可以用来分析地下洞室围岩发生整体破坏的临界条件。

$$\text{受压情况: } (\sigma_1 - \sigma_3)$$

$$[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] = \sigma_c^3 \quad (16)$$

受拉情况:

$$\sigma_3[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] = \sigma_t^3 \quad (17)$$

周辉等考虑岩石破坏时剪切滑移和法向压密的机制,建立了具有统一形式

$$\text{的岩石能量强度准则: } W_s + aW_v + b = 0$$

(21) 研究表明: W<sub>s</sub>越大, W<sub>v</sub>越小,岩石材

料越容易破坏。

综上,和前面两个理论相比之下,这个准则能够反映实质。它解释了岩石到底是怎么破坏这一问题,而且对其本质也进行了解释。研究的还不够透彻,需要更多的人去研究这方面的模型以及理论。只有将模型理论不断打破再统一,我们才能在某一学科获得更多的成果。所以需要更多和更深入的研讨。

### 4 结语

对岩石的理论方面,可以有这些方面能够改进,也可以进行更深入的探讨。

(1) 本文中聊到了能量强度理论。这个理论分为多个分论,可以解释岩石到底因为什么而破坏的实质。任何的强度理论都不是万能的,只有研究出更多的理论,去适应每一种材料,这样的模拟才更具有实用性。我们可以对岩石强度的理论进行深入研究,主要的侧重点在于能量之上。

(2) 在我们的日常学习中,我们要具体分析这些问题。并把他们的优点相结合,摒弃缺点、解决难题。多结合实际工程,寻找理论的不足,加以改进。

### [参考文献]

- [1]刘建军.岩石静动态本构关系及应用研究[D].长安大学,2009
- [2]陈焯开.基于能量耗散理论的岩石损伤本构关系研究[D].安徽理工大学,2020
- [3]武燕,树学峰.岩土材料强度理论发展现状[J].山西建筑,2014,40(19):92-95.
- [4]丁少梅,赵忠虎,王宁宁,等.岩石强度理论的分类评述[J].水利与建筑工程学报,2017,15(01):95-102.
- [5]丁发兴,吴霞,向平,等.混凝土与各向同性岩石强度理论研究进展[J].工程力学,2020,37(02):1-15.