

基于灰色理论的高层建筑物基坑变形预测

项文

广东绘宇智能勘测科技有限公司

DOI:10.12238/gmsm.v6i5.1590

[摘要] 针对高层建筑物开挖基坑变形监测,提出采用灰色预测模型理论处理监测数据,在GM(1,1)模型的基础上提出优化GM(1,1)模型,通过对比不同的拟合算法,结果表明优化GM(1,1)方法可对少量已知数据拟合效果较好,可为高层建筑物基坑安全施工提供参考。

[关键词] 基坑; 变形监测; 灰色模型; 数据拟合

中图分类号: X830.7 文献标识码: A

Prediction of Deformation of High-rise Building Foundation Pits Based on Grey Theory

Wen Xiang

Guangdong Huayu Intelligent Survey Technology Co., Ltd

[Abstract] In response to the deformation monitoring of high-rise building excavation foundation pits, a grey prediction model theory is proposed to process monitoring data. Based on the GM (1, 1) model, an optimized GM (1, 1) model is proposed. By comparing different fitting algorithms, the results show that the optimized GM (1, 1) method can better fit a small amount of known data and provide reference for the safe construction of high-rise building foundation pits.

[Key words] foundation pit; deformation monitoring; grey model; data fitting

引言

土地是制约城市发展的重要因素,高层建筑物成为城市发展的必然产物。随着城市中高层建筑物越来越高,其基坑也向着深大的方向发展。深基坑的开挖及施工是一项综合性较高的技术,越高大的建筑物基坑开挖范围也就越大,对基坑安全监测要求也就越严格,其变形监测内容和方法也随着深基坑的施工技术变化而发生着改变^[1],在基坑开挖过程中,其变形受多种因素的影响,包括施工方法、地层结构以及周边施工环境等因素,因此采用科学的变形监测预测分析方法至关重要。本文对高层建筑物基坑开挖过程进行监测,并采用灰色理论模型对监测数据进行拟合与预测,可为基坑安全施工提供参考。

1 灰色预测模型理论

灰色模型是在观测数据基础上,通过构建背景值建立微分方程,在最小二乘原理下计算出模型参数,可对观测数据之间的关系进行描述,并通过参数方程的发展趋势对后续数据发展做出预测分析^[2],分析方法如图1所示。

1.1 GM(1, 1)模型

GM(1, 1)模型的基本原理是对一组数列进行不断累加得到新数列^[3],并对新产生的数列之间的规律产生对应的预测模型,之后采用累减的方式对数列进行逆运算,最终得到原数列的预测数列,实现思路如下:

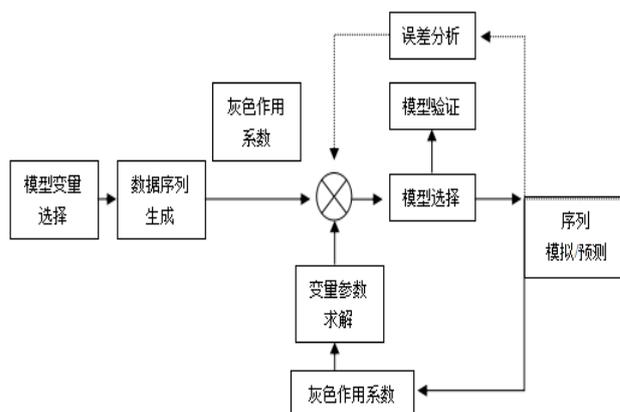


图1 灰色模型构建方法

首先约定等间隔时间序列为:

$$S^{(0)} = (s^{(0)}(1), s^{(0)}(2), s^{(0)}(3), \dots, s^{(0)}(n)) \quad (1)$$

式(1)中, n 为时间序列的长度。

通过 $S^{(0)}$ 累加,不断弱化序列的随机性,得出新的序列:

$$S^{(1)} = (s^{(1)}(1), s^{(1)}(2), s^{(1)}(3), \dots, s^{(1)}(n)) \quad (2)$$

$$\text{式(2)中, } S_i^{(1)} = \sum_{k=1}^i S^{(0)}(k), (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

$S^{(1)}$ 的紧相邻值生成序列 $L^{(1)}$,

$$L^{(1)} = (l^{(1)}(1), l^{(1)}(2), l^{(1)}(3), \dots, l^{(1)}(n)) \quad (3)$$

式(3)中,

$$L^{(1)}(k) = \frac{s^{(1)}(k) + s^{(1)}(k-1)}{2}, k=2, 3, \dots, n$$

可得GM(1, 1)模型:

$$s^{(0)}(k) + m l^{(1)}(k) = n \quad (4)$$

式(4), m 为发展灰数, n 为灰色作用量。

对 $s^{(1)}$ 建立关于 t 的一阶一元微分方程:

$$\frac{ds^{(1)}}{dt} + m s^{(1)} = n \quad (5)$$

根据最小二乘原理, 可得 $\hat{m} = [m \quad n]^T = (N^T N)^{-1} N^T Y$

式中,

$$N = \begin{bmatrix} -l^{(1)}(2) & 1 \\ -l^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -l^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} -s^{(1)}(2) \\ -s^{(1)}(3) \\ \dots \\ -s^{(1)}(n) \end{bmatrix}$$

上式微分方程的相应函数为:

$$s^{(1)}(k) = \left(s^{(0)}(1) - \frac{n}{m} \right) e^{-mk} + \frac{n}{m}, k=1, 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

根据灰色模型的还原数列:

$$\hat{s}^{(0)}(k+1) = \hat{s}^{(1)}(k+1) - \hat{s}^{(1)}(k) = (1 - e^m) \left(s^{(0)}(1) - \frac{n}{m} \right) e^{-mk} \quad (7)$$

1.2 Lagrange优化的GM(1, 1)

Lagrange优化的GM(1, 1)模型是对原始的观测数据进行Lagrange差值计算, 将原始观测中存在较大偶然误差和由于观测时间遗漏的观测值添加到序列中。将优化后的序列值作为原始序列参与Lagrange优化的GM(1, 1)模型中, 得到参数方程。随着变形监测的不断进行, 将获取的新的监测数据替换原来的序列进行运算, 建立实时更新的Lagrange优化的GM(1, 1)。

设 $y=f(x)$ 是监测时间与监测数据的对应函数, 通过对不同时间节点所对应的观测数值进行分析, 实现函数参数数据的确定与后续的发展预测。在实际工程中, 由于 xy 不能完全拟合某一函数, 因此使用常用的函数 $g(x)$ 在最小二乘原理下近似代替 $f(x)$, 并构造函数 $g(x_i)=f(x_i)$ ($i=0, 1, 2, 3, \dots$), 称 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的差值函数, 优化方法如下所示。设在 $[a, b]$ 的区间上 $f(x)$ 对应的函数为:

$$p_i(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i+1})(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i+1})(x_i-x_n)}$$

$$= \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)} \quad (8)$$

从式(8)可以看出 $P_i(x)$ 仅与节点有关系, 与函数 f 并无关联。

$$m_n(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n) = \prod_{j=0}^n (x-x_j) \quad (9)$$

则 $f(x)$ 的差值函数可直接变换为:

$$P_n(x) = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{x-x_i}{x_i-x_j} \right) y_i = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{m_n(x)}{(x-x_i)m_n(x_i)} y_i \quad (10)$$

2 深基坑变形监测实例

2.1 监测点的布设

对深基坑不同深度的支护桩体进行水平变化进行监测, 需要在支护桩的埋设过程中设置用于观测斜度的倾斜套管, 并预选埋置在桩体中, 通过对桩体的斜度进行测量, 获取不同深度的桩体的水平位移^[4]。本项目共计布设水平位移监测点28个, 水位监测孔4个, 锚索力监测点12个, 竖直监测点28个, 基坑深层的位移监测点8个。

2.2 监测预警及监测频率

根据变形监测相关技术规范和本项目的具体特点, 制定项目监测值预警方案^[5], 如表1所示。

表1 基坑变形预警值

监测项目	预警值		
	累计变化量		变化率(mm/d)
	绝对值(mm)	相对于基坑深度(h)	
地表沉降	30	—	3
建筑物竖向位移	30	—	—
墙顶水平位移	30	0.25%	3
墙顶竖向位移	20	0.20%	3
墙体深层水平位移	30	0.25%	3
建筑物倾斜	2/1000	—	—
周围建筑物变形	30	—	3

对基坑进行变形监测工作是确保基坑安全施工的重要手段, 同时也是贯穿基坑施工的一项工作, 在基坑开挖结束很长一段时期内也将持续进行。监测频率要制定科学并且满足施工的技术标准, 基坑的监测时间间隔并不是固定的, 与施工进度有很大的关系, 若发现基坑存在坍塌或者倾斜的风险时, 需要及时加大监测频率, 调整监测次数, 以掌握基坑施工的状态。

3 灰色模型沉降模拟

3.1 GM(1, 1)拟合模型

沉降监测常用的拟合方法有曲线拟合、二次指数拟合, 本文选用优化的灰色模型与常用的拟合方法相对比, 验证优化的灰色模型的可行性。选择基坑南侧监测点DC20, 基坑南侧监测点保存较好, 受施工扰动小。本文选用前8期的监测数据为数据模拟值, 后3期的数据作为预测值, 监测周期为15天。

DC20点的实测沉降值及三种预测方法的拟合值如表2所示,其中数据的沉降值为累积沉降值,单位为mm。

表2 DC20监测点观测及拟合值

监测周期	DC20沉降值	曲线模型	残差值	指数模型	残差值	GM(1,1)模型	残差值
		拟合值/预测值		拟合值/预测值		拟合值/预测值	
1	15.21	15.21(拟合值)	0	16.06(拟合值)	-0.85	15.21(拟合值)	0
2	15.63	15.63(拟合值)	0	15.89(拟合值)	-0.26	15.28(拟合值)	0.35
...
11	20.2	21.95(预测值)	-1.75	20.75(预测值)	-0.55	20.49(预测值)	-0.29

从上表可以看出GM(1,1)拟合模型的拟合效果最佳,预测值的最大残差值为0.37mm,其他两种方法的预测值都大于此残差值。在此拟合过程中灰色预测模型的a,b两个参数分别为-0.0032和13.256。三种模型曲线与实测曲线对比如图2所示。

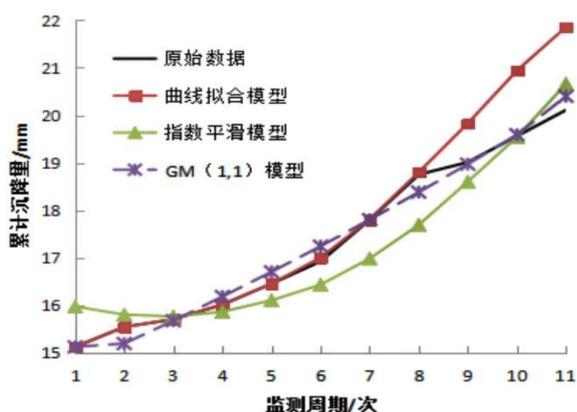


图2 三种模拟曲线与实测曲线对比

从图2中可以看出曲线拟合的残差值随着期数的增加逐渐变大,将预测值与实测值的误差平方和、均方差及均方百比作为三种拟合方式的评价指标,预测模型的评价结果如表3所示。

表3 预测模型及评价指标

拟合模型	SSE	MSE	MSPE
GM(1,1)模型	0.0412	0.0198	0.0005
曲线拟合模型	0.5021	0.0625	0.0012
指数模型	0.2358	0.0502	0.0009

从表3的各项评价指标可以看出,三种拟合模型中GM(1,1)模型拟合效果最佳。

3.2 Lagrange动态优化GM(1,1)

Lagrange优化的GM(1,1)模型是对原始的观测数据进行Lagrange差值计算,将原始观测中存在较大偶然误差和由于观测时间遗漏的观测值添加到序列中。将优化后的序列值作为原始序列参与Lagrange优化的GM(1,1)模型中,得到参数方程。采用Lagrange插值法优化原始的观测数值,用1-7期的优化数据作为数据拟合的原始数据依次做累加变为模型的初始数据。在此基础上,去除第一期监测数据,采用2-8期数据作为初始数据进行建模,如此顺序一直到第3-9期数据,采用GM(1,1)拟合模型

和Lagrange插值法优化的GM(1,1)拟合模型对DC22监测点进行拟合,结果如表4所示。

表4 GM(1,1)拟合模型和Lagrange优化GM(1,1)拟合模型对比 单位: mm

监测时间	监测数据	GM(1,1)			Lagrange优化的GM(1,1)		
		拟合值	残差	百分比	拟合值	残差	百分比
2022年6月20日	3.56	3.56	0	0.00%	3.56	0	0.00%
2022年6月30日	5.69	5.9	0.21	3.56%	5.81	0.12	2.07%
2022年7月1日	7.56	7.76	0.2	2.58%	7.67	0.11	1.43%
2022年7月10日	10.36	10.24	-0.12	-1.17%	10.51	0.15	1.43%
2022年7月18日	12.36	12.56	0.2	1.59%	12.48	0.12	0.96%
2022年7月30日	15.21	15.42	0.21	1.36%	15.32	0.11	0.72%
2022年8月3日	16.32	16.64	0.32	1.92%	16.41	0.09	0.55%
2022年8月15日	17.53	17.78	0.25	1.41%	17.68	0.15	0.85%
2022年8月25日	18.36	18.64	0.28	1.50%	18.48	0.12	0.65%

如表4所示,对于基坑监测点DC22,采用传统GM(1,1)拟合模型和Lagrange优化GM(1,1)拟合模型进行对比分析,从二者拟合的残差值可以看出,Lagrange优化GM(1,1)拟合模型拟合精度更优。

4 结束语

本文以基坑监测为研究对象,对高楼的深基坑进行观测,通过曲线拟合、二次指数拟合与GM(1,1)拟合法相对比,验证优化的灰色模型在对少量样本数据进行拟合时的优势。采用Lagrange差值法对沉降数据进行优化,得到优化后重新排列的序列,可削弱原始观测中产生的较大偶然误差影响,采用优化后的数据序列作为拟合数据进行拟合与预测,结果证明采用Lagrange优化GM(1,1)拟合模型比传统的GM(1,1)拟合模型拟合精度更高,误差值更小,对于预测基坑的形变规律更加有效。

[参考文献]

- [1]杨帆.浅埋暗挖法地下穿越工程变形监测概述与实例分析[J].测绘与空间地理信息,2022,45(07):235-238.
- [2]杨帅,韩静,曹江涛.山西某场区地面沉降的灰色理论分析[J].山西建筑,2022,48(20):97-101.
- [3]姜翠翠,罗万春.浅谈数学建模中的灰色预测GM(1,1)模型的构建与应用[J].高等数学研究,2023,26(04):31-33.
- [4]胡敏云,夏佳莉,寿树德.相邻基坑围护结构变形及控制的模拟与实测[J].浙江工业大学学报,2023,51(5):497-503+552.
- [5]朱增锋,李明月,罗盛楠.建筑深基坑位移监测方法[J].测绘与空间地理信息,2023,46(08):187-190.

作者简介:

项文(1987--),男,汉族,江西省上饶市广丰区五都镇项家村人,大专,测绘工程师,广东工贸职业技术学院,从事工作:工程测量,多测合一,不动产测量,土地变更调查等工作。